Funkcia – všeobecne

– zobrazenie $f(x)$ definované na množine $M \subset R$, ktoré každému x z množiny M priradí práve jednu hodnotu, nazývame ***funkciou*** na množine M

– ***definičný obor*** funkcie $D(f)$ je množina vrtkých vzorov, množina všetkých reálnych čísel, na ktorých je funkcia definovaná

$$D(f) = \{x \in R;\ [x; y] \in f\}$$

– ***obor hodnôt*** funkcie $H(f)$ je množina všetkých obrazov, teda množina všetkých hodnôt, ktoré dostaneme po dosadení premenných z definičného oboru

$$H(f) = \{y \in R;\ [x; y] \in f\}$$

– funkcia môže byť definovaná

a) predpisom – matematickým vzťahom
b) tabuľkou usporiadaných dvojíc
c) vymenovaním prvkov
d) slovným opisom
e) grafom

Vlastnosti funkcií

- funkcia $f(x)$ je:
  - ***párna***, ak pre všetky *x* z definičného oboru platí, že$f(-x) = f(x)$

$$\forall x \in D(x);\ \ f(-x) = f(x)$$

  - ***nepárna***, ak pre všetky *x* z definičného oboru platí, že$f(-x) = -f(x)$

$$\forall x \in D(x);\ \ f(-x) = -f(x)$$

  - ***rastúca*** na množine *M*, ak pre všetky *x* z množiny *M* platí, že s rastúcim *x* rastie hodnota *f(x)*

$$\forall x \in M; x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

  - ***neklesajúca*** na množine *M*, ak pre všetky *x* z množiny *M* platí, že s rastúcim *x* neklesá (rastie alebo zostáva rovnaká) hodnota *f(x)*

$$\forall x \in M; x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

  - ***klesajúca*** na množine *M*, ak pre všetky *x* z množiny *M* platí, že s rastúcim *x* klesá hodnota *f(x)*

$$\forall x \in M; x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

- ***nerastúca*** na množine *M*, ak pre všetky x z množiny *M* platí, že s rastúcim x nerastie (klesá alebo zostáva rovnaká) hodnota *f(x)*

$$\forall x \in M; x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

- ***periodická*** s periódou $p > 0$ práve vtedy, ak pre každé x z definičného oboru a pre každé celé číslo *k* platí, že: $x + kp \in D(f)$ a $f(x + kp) = f(x)$
- ***zdola ohraničená*** na množine *M*, ak existuje také reálne číslo d, že pre všetky x z množiny *M* je funkčná hodnota väčšia alebo rovnaká ako *d*

$$\exists d \in R: \forall x \in M; f(x) \geq d$$

- ***zhora ohraničená*** na množine *M*, ak existuje také reálne číslo h, že pre všetky x z množiny *M* je funkčná hodnota menšia alebo rovnaká ako *h*

$$\exists h \in R: \forall x \in M; f(x) \leq h$$

- ***ohraničená*** na množine *M*, ak je na tejto množine ohraničená zhora aj zdola zároveň
- ***prostá,*** ak rôznym číslam z definičného oboru priradí rôzne hodnoty

$$\forall x_1; x_2 \in \mathrm{D}(f); \mathrm{x}_1 \neq \mathrm{x}_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

- funkcia $f(x)$ má v bode a svoje ***maximum*** na množine *M*, ak pre všetky x z množiny *M* platí, že ich funkčná hodnota je menšia alebo rovnaká ako funkčná hodnota v bode a

$$\forall x \in M; f(x) \leq f(a)$$

(v prípade, že $\forall x \in M; f(x) < f(a)$ hovoríme o ***ostrom maxime***)

- funkcia $f(x)$ má v bode *b* svoje ***minimum*** na množine *M*, ak pre všetky x z množiny *M* platí, že ich funkčná hodnota je väčšia alebo rovnaká ako funkčná hodnota v bode *b*

$$\forall x \in M; f(x) \geq f(b)$$

(v prípade, že $\forall x \in M; f(x) > f(b)$ hovoríme o ***ostrom minime***)